

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Коротков Сергей Леонидович  
Должность: Директор филиала СамГУПС в г. Ижевске  
Дата подписания: 02.01.2023 10:21:36  
Уникальный программный ключ:  
d3cff7ec2252b3b19e5caaa8cefa396a11af1dc5

Приложение  
к ППССЗ по специальности  
27.02.03 Автоматика и телемеханика на транспорте  
(железнодорожном транспорте)

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ  
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ  
ЕН.01 Математика**

**Самара 2022**

# 1. Паспорт комплекта контрольно-оценочных средств

## 1.1. Общие положения

Фонд оценочных средств (ФОС) предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины ЕН.01 Математика, разработаны на основании Федерального государственного образовательного стандарта СПО (далее – ФГОС СПО) и примерной программы учебной дисциплины «Математика».

ФОС включают контрольные материалы для проведения текущего контроля, рубежного контроля и промежуточной аттестации.

В результате освоения учебной дисциплины ЕН.01 Математика обучающийся должен обладать предусмотренными ФГОС СПО следующим умениями, знаниями, которые формируют общие и профессиональные компетенции.

**ОК.1.** Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам.

**ОК.2.** Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности.

## 1.2. Результаты освоения дисциплины, подлежащие проверке

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)	Основные показатели оценки результатов
<b>Умения</b>	
Уметь применять математические методы дифференциального и интегрального исчисления для решения задач	<ul style="list-style-type: none"><li>— Применять формулы дифференцирования функций;</li><li>— Находить значения определенных интегралов;</li><li>— Применять производные для решения прикладных задач;</li><li>— Применять определенный интеграл для решения прикладных задач;</li><li>— находить общее решение линейного уравнения первого порядка;</li><li>— находить частное решение линейного уравнения первого порядка;</li><li>— находить общий интеграл линейного однородного уравнения первого порядка;</li></ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>— решать уравнения с разделяющимися переменными;</li> <li>— находить общее решение уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами;</li> <li>— находить общее решение уравнений допускающих понижение порядка;</li> <li>— находить <math>i</math>-тые члены числового ряда;</li> <li>— находить частичные суммы числового ряда;</li> <li>— применять необходимый признак сходимости числовых рядов;</li> <li>— исследовать ряды на сходимость с помощью метода Даламбера и метода Коши;</li> <li>— находить радиус сходимости степенного ряда;</li> </ul>
<p>Умение решать задачи дискретной математики</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>— проводить операции над множествами и их элементами;</li> </ul>
<p>Умение применять основные положения теории вероятностей и математической статистики в профессиональной деятельности;</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>— решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;</li> <li>— вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов;</li> <li>— Проводить операции над событиями и находить их вероятности;</li> <li>— Составлять закон распределения случайной величины и находить их числовые характеристики.</li> </ul>
<p>Умение решать основные прикладные задачи численными методами</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>— Находить приближенное значение определенного интеграла;</li> <li>— Находить приближенное значение производной функции в точке;</li> <li>— Решать дифференциальные</li> </ul>

	уравнения с помощью численных методов
Умение использовать методы линейной алгебры; решать основные прикладные задачи численными методами	<ul style="list-style-type: none"> <li>— Находить определители второго, третьего, четвертого порядков;</li> <li>— Решать системы линейных уравнений методом Крамера.</li> </ul>
<b>Знания</b>	
Знать основные формулы, определения и теоремы математического анализа	— Ориентироваться в понятиях и формулах математического анализа
Знать основные формулы, определения и теоремы дискретной математики	— Ориентироваться в понятиях и формулах дискретной математики
Знать основные формулы, определения и теоремы комбинаторики, статистики и теории вероятностей	— Ориентироваться в понятиях и формулах комбинаторики, статистики и теории вероятностей
Знать основные формулы численных методов	— Ориентироваться в понятиях и формулах численных методов
Знать основные понятия и методы линейной алгебры.	— Ориентироваться в формулах линейной алгебры.
<b>Компетенции</b>	
использовать приемы и методы математического синтеза и анализа в различных профессиональных ситуациях	<ul style="list-style-type: none"> <li>— для практических расчетов по формулам, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства;</li> <li>— решения прикладных задач, в том числе задач железнодорожной тематики;</li> <li>— для построения и исследования простейших математических моделей;</li> <li>— для анализа информации статистического характера;</li> <li>— для исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур.</li> </ul>

### 1.3 Организация контроля и оценки освоения программы учебной дисциплины

Наименование элемента умений, знаний, компетенций	Виды аттестации	
	Промежуточная аттестация	Рубежный контроль
У1. Уметь применять математические методы дифференциального и интегрального исчисления для решения задач	Расчетное задание	Расчетное задание
У2. Умение решать задачи дискретной математики	Расчетное задание	Расчетное задание
У3. Умение применять основные положения теории вероятностей и математической статистики в профессиональной деятельности	Расчетное задание	Расчетное задание
У4. Умение решать основные прикладные задачи численными методами	Расчетное задание	Расчетное задание
У5. Умение решать задачи линейной алгебры.	Расчетное задание	Расчетное задание
З1. Знать основные формулы, определения и теоремы математического анализа	Защита практической работы Устный ответ	Расчетное задание
З2. Знать основные формулы, определения и теоремы дискретной математики	Защита практической работы Устный ответ	Расчетное задание
З3. Знать основные формулы, определения и теоремы комбинаторики,	Защита практической работы Устный ответ	Расчетное задание

статистики и теории вероятностей		
34. Знать основные формулы численных методов	Защита практической работы Устный ответ	Расчетное задание
К. Использовать приемы и методы математического синтеза и анализа в различных профессиональных ситуациях	Расчетное задание	

**Распределение типов контрольных заданий по элементам знаний, умений и компетенциям.**

Содержание учебного материала по программе УД	Тип контрольного задания										
	У1	У2	У3	У4	У5	31	32	33	34	К	
<b>Раздел 1. Математический анализ</b>											
Тема 1. Дифференциальное исчисление	Практическая работа №1, 2						Защита практической работы				Контрольное задание
Тема 1 Интегральное исчисление	Практическая										Контрольное задание
Тема 3 Численное интегрирование					Практическая						Контрольное задание
Тема 4 Обыкновенные дифференциальные уравнения											Контрольное задание

Тема 5. Ряды	Практическая работа №6							Защита практической работы		Контрольное задание
<b>Раздел 2. Основы дискретной математики</b>										
Тема 2.1. Основы теории множеств										Контрольное задание
<b>Раздел 3. Основы теории вероятности и математической статистики</b>										
Тема 1. Вероятность. Теоремы сложения и умножения вероятностей										Контрольное задание
Тема 3.2. Случайная величина, ее функция распределения.			Практическая работа №7					Защита практической работы		Контрольное задание
<b>Раздел 4. Комплексные числа</b>										
Тема 4.1. Три формы комплексного числа										Контрольное задание
<b>Раздел 5. Линейная алгебра</b>										
Тема 5.1. Матрицы и определители										
Тема 5.2 Системы линейных уравнений				Практическая				Защита практической работы		Контрольное задание

## 1.3 Организация контроля и оценки освоения программы учебной дисциплины

### 1.3.1 Текущий контроль при освоении учебной дисциплины.

Текущий контроль знаний по учебной дисциплине «Математика» сдается в виде защиты практической работы. Результаты контроля признаются положительными в случае, если обучающийся при сдаче работы получил отметку не ниже удовлетворительной.

На выполнение практической работы текущего контроля по математике дается 2 академических часа (90 минут).

Работа текущего контроля состоит из нескольких расчетных заданий различного уровня сложности в десяти вариантах. При их выполнении надо записать полное обоснованное и мотивированное решение.

Защита практической работы осуществляется в устной форме. На защите учащиеся должны показать: четкое знание математических определений, теорем и основных формул учебных разделов дисциплины; умение четко проводить математические рассуждения в устном и письменном изложении; уверенное владение основными умениями и навыками, предусмотренными программой, умение применять их при решении задач.

#### Критерии оценки защиты практической работы

N п/п	Оцениваемые навыки	Методы оценки	Граничные критерии оценки	
			отлично	неудовлетворительно
1.	Отношение к работе	Наблюдение преподавателя, просмотр выполненных заданий	Все задания выполнены в отведенное время, не содержат более двух недочетов	В отведенное время задание не выполнено, показано безразличие к выполнению работы и ее результатам. Выполнено менее половины предусмотренного задания
2.	Способность выполнять вычисления	Просмотр выполняемого задания	Без затруднений выполняются вычисления, применяются необходимые формулы	При вычислениях допускаются грубые ошибки, неспособность выполнять

				простейшие арифметические действия
3.	Умение использовать ранее полученные знания и навыки для решения задач	Наблюдение преподавателя, просмотр представленных материалов	Без дополнительных указаний используются умения и навыки, полученные при изучении дисциплины "Математика"	Неспособность использовать знания, ранее полученные при изучении дисциплины «Математика»
4.	Оформление практической работы	Просмотр выполненных заданий, необходимых математических выкладок	Работа оформлена аккуратно, хорошая графика, математически грамотно, согласно требованиям по дисциплине.	Работа оформлена крайне небрежно, вследствие этого нет возможности проверить необходимые записи
5.	Уровень усвоения учебного материала	Собеседование	Грамотные и четкие ответы на поставленные вопросы, использование профессиональной лексики, способность обосновать свою точку зрения	Демонстрируется незнание дисциплины, при ответах показан узкий кругозор, ограниченный словарный запас, неумение владеть профессиональной лексикой

## 2. Комплект заданий для подготовки обучающихся к освоению программы учебной дисциплины.

### 2.1. Задания для подготовки обучающихся к текущему контролю по учебной дисциплине.

#### Практическая работа №1.

**Тема:** Предел функции. Производная функции. Применение производной к решению задач.

**Цель:** Научиться вычислять пределы функции в точке; находить производные функции и применять производную к решению задач

#### Задания по вариантам.

#### ВАРИАНТ 1

1. Найти пределы:  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - 7x + 6}{6 - x - x^2}$ , при  $X = 1 ; 2 ; \infty$

2. Найти производные

$$Y = 8\sqrt[3]{x} - 2x + 6\cos x^3$$

$$Y = (2x + 7) \cdot \sqrt{6 - 5x}$$

$$Y = \ln \frac{2x - 3x^2}{8 + 7x}$$

$$Y = \cos \frac{5x + x^2}{x^3 + 1}$$

$$Y = (4x^2 - \frac{3}{\sqrt{x}} + 4)^3$$

3. Тело движется по закону  $S(t) = 4t^4 - 3t^2 - 2t - 1$ . Найти скорость и ускорение в момент времени 2 с.

4. Найти кинетическую энергию и силу, действующую на тело в момент времени 3 с.. Если тело массой 5 кг движется по закону  $S(t) = 2t^3 + t^4 - 7$ .

5. Составить уравнение касательной к графику функции  $y = 2x^2 + 4x - 9$  в точке  $x = 3$

#### ВАРИАНТ 2

1. Найти пределы:  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 3x + 2}{14 - x - 3x^2}$ , при  $X = 2 ; 1 ; \infty$

2. Найти производные

$$Y = \frac{6}{3x-2} + 7x^2 + 8$$

$$Y = (2x-1) \cdot \sqrt{7x+5}$$

$$Y = \operatorname{Ln} \frac{5x-1}{6+7x}$$

$$Y = \cos \frac{2x-7}{8+3x}$$

$$Y = (x^3 - 4\sqrt[8]{x^3} + 2)^3$$

3. Тело движется по закону  $S(t) = 2t^4 - 2t^2 + t - 2$ . Найти скорость и ускорение в момент времени 2 с.

4. Найти кинетическую энергию и силу, которая действует на тело в момент времени 1с. Если тело массой 2 кг движется по закону  $S(t) = 4t^3 - 5t^2 - 1$ .

5. Составить уравнение касательной к графику функции  $y = 2x^2 - 3x - 10$  в точке  $x = -3$

### ВАРИАНТ №3

1. Найти пределы:  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + x + 1}{x^2 - 3x - 4}$ , при  $X = 2; -1; \infty$

$$Y = \sqrt[3]{x^2} + 6x^7 - 5\operatorname{Ln}x^4$$

$$Y = (2x-1) \cdot \sqrt{4-7x}$$

2. Найти производные

$$Y = \operatorname{Ln} \frac{8x^2 - 1}{x^3 - 4x}$$

$$Y = \cos \frac{7-8x}{4+x^2}$$

$$Y = (x^3 - \frac{3}{x^2} + 4)^2$$

3. Тело движется по закону  $S(t) = 2t^4 - 3t^2 + t - 2$ . Найти скорость и ускорение в момент времени 2 с.

4. Найти кинетическую энергию и силу, которая действует на тело в момент времени 1с. Если тело массой 3 кг движется по закону  $S(t) = 2t^3 - 4t^2 + 7t - 1$ .

5. Составить уравнение касательной к графику функции  $y = 2x^2 - 4x + 8$  в точке  $x=2$ .

### ВАРИАНТ №4

1. Найти пределы:  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 + x - 4}{4x - x^2 - 3}$ , при  $X = 1; -1; \infty$

2. Найти производные

$$Y = \sqrt[5]{x^4} + 7x^6 + 5\ln x^7$$

$$Y = (6x + 3) \cdot \sqrt{5 + 2x}$$

$$Y = \ln \frac{8 - 3x^2}{7x + x^3}$$

$$Y = \sin \frac{8x + 3x^2 - 2}{7 - 2x}$$

$$Y = (3x^4 - \frac{5}{\sqrt[4]{x}} + 2)^5$$

3. Тело движется по закону  $S(t) = 4t^4 + 2t^2 - 7t - 3$ . Найти скорость и ускорение в момент времени 1 с.

4. Найти кинетическую энергию и силу, которая действует на тело в момент времени 2с. Если тело массой 4 кг движется по закону  $S(t) = 2t^3 + 5t^2 - 7t$ .

5. Составить уравнение касательной к графику функции  $y = 5x^2 - 2x + 3$  в точке  $x = -1$ .

### ВАРИАНТ №5

1. Найти пределы:  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{4x^2 - 5x + 1}{3x - x^2 - 2}$ , при  $X = 1; -1; \infty$

2. Найти производные

$$Y = 7\sqrt[5]{x^4} + \frac{7}{x} - 4\cos^2 x$$

$$Y = (3x - 2) \cdot \sqrt{4 - 5x}$$

$$Y = \ln \frac{5x^2 - 1}{6x + 7}$$

$$Y = \cos \frac{7x - x^4 + 1}{7 - x^3}$$

$$Y = (4x^3 - \frac{3}{\sqrt{x}} + 4)^7$$

3. Тело движется по закону  $S(t) = 4t^4 - 3t^2 - t + 2$ . Найти скорость и ускорение в момент времени 2 с.

4. Найти кинетическую энергию и силу, которая действует на тело в момент времени 3с. Если тело массой 2 кг движется по закону  $S(t) = 3t^4 + 5t^2 - 2t - 1$ .

5. Составить уравнение касательной к графику функции  $y = 3x^2 - 5x + 1$  в точке  $x = 3$

$$Y = 7\sqrt[5]{x^4} + \frac{7}{x} - 4\cos^2 x$$

$$Y = (3x - 2) \cdot \sqrt{4 - 5x}$$

$$Y = \operatorname{Ln} \frac{5x^2 - 1}{6x + 7}$$

$$Y = \cos \frac{7x - x^4 + 1}{7 - x^3}$$

$$Y = (4x^3 - \frac{3}{\sqrt{x}} + 4)^7$$

3. Тело движется по закону  $S(t) = 4t^4 - 3t^2 - t + 2$ . Найти скорость и ускорение в момент времени 2 с.

4. Найти кинетическую энергию и силу, которая действует на тело в момент времени 3с. Если тело массой 2 кг движется по закону  $S(t) = 3t^4 + 5t^2 - 2t - 1$ .

5. Составить уравнение касательной к графику функции  $y = 3x^2 - 5x + 1$  в точке  $x=3$

## Практическая работа №2.

Тема: Дифференциал функции. Приложение дифференциала к приближённым вычислениям.

Цель: Научиться применять дифференциал для приближённых вычислений.

Задания по вариантам.

1. Вычислить приближенное значение функции в точке.
2. Найти приближенные значения.

№ варианта	Задание № 1	Задание № 2
1	$y = 2x^3 + 4x^2 - x + 10, x_0 = 2,003$ $y = 4x^2 + 3x - 2, x_0 = 1,003$	$\sqrt{8,94}; \sqrt[3]{26,72}$ $2,005^4; 1,996^7$
2	$y = 4x^3 + 2x - 3, x_0 = 3,001$ $y = 5x - x^2 + x^3, x_0 = 1,999$	$\sqrt{0,84}; \sqrt[4]{81,8}$ $2,006^4; \sqrt[3]{0,997}$
3	$y = 3x^2 + 4x - 7, x_0 = 4,003$ $y = 4x^3 - 5x + 6, x_0 = 0,998$	$\sqrt{120}; \sqrt[3]{0,94}$ $1,005^4; 2,002^{10}$
4	$y = x^2 + x^3 - 4, x_0 = 5,001$ $y = 3x^2 - x + 1, x_0 = 0,997$	$\sqrt{25,001}; \sqrt[3]{27,003}$ $1,0003^5; 0,996^3$
5	$y = 3x^3 + 4x - 5, x = 4,005$ $y = 4x - x^3 + 1, x_0 = 0,995$	$\sqrt{0,85}; \sqrt[4]{81,003}$ $4,002^3; 0,995^4$

### Практическая работа №3.

Тема: Исследование функции.

Цель работы: Отработать алгоритмы исследования функции на монотонность, экстремумы, вогнутость и построение графика функции.

Задания по вариантам:

1. Найти интервалы монотонности.
2. Найти экстремумы функции.
3. Найти интервалы вогнутости и точки перегиба.
4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.
5. Исследовать и построить график функции.

#### Вариант 1.

1.  $y = -x^4 + 4x^2 - 3$
2.  $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$
3.  $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$
4.  $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5$   $[-1;3]$
5.  $y = x^3 - 3x$

#### Вариант 2

1.  $y = x + \frac{1}{x}$
2.  $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 7$
3.  $y = -x^3 + 3x^2 + 4$
4.  $y = 2x^3 + 15x^2 + 24x - 2$   $[-5;0]$
5.  $y = 4x^2 - x^4$

#### Вариант 3

1.  $y = \frac{4}{x} + \frac{x}{4}$
2.  $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 10$
3.  $y = -6x^3 + 3x^2 + 4$
4.  $y = 2x^3 + 9x^2 - 24x - 56$   $[-5;2]$
5.  $y = 2x^4 - x$

#### Вариант 4

1.  $y = \frac{6}{x} + \frac{x}{6}$
2.  $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x - 4$
3.  $y = x^3 - 9x^2 - 24x + 12$
4.  $y = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 20$   $[1;4]$
5.  $y = 3x^2 - x^3$

#### Вариант 5

1.  $y = \frac{8}{x} + \frac{x}{2}$
2.  $y = x^4 - x^2 + 8$
3.  $y = \frac{3}{2}x^4 - 2x^3 - 6x^2 + 7$
4.  $y = 2x^3 + 3x^2 - 36x - 21$   $[4;1]$
5.  $y = x - x^3$

### Практическая работа №4.

Тема: Определенный и неопределенный интеграл. Применение интеграла к решению задач.

Цель: Научиться находить первообразные, вычислить определенные интегралы, решать задачи с применением интегралов.

### Задания к практической работе по вариантам.

Вар.1

1) Найти интегралы

а)  $\int_{-2}^1 (5 - 2x) dx$ ; б)  $\int_0^4 3\sqrt{x} dx$ ; в)  $\int_{-1}^2 (x^2 + 4x - 7) dx$ ; г)  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx$

2) Скорость падения в пустоте тела определяется по формуле  $v = 9,8t$  (м/с). Какой путь пройдет тело за первые 10с падения.

3) Для распрямления пружины на 0,02м необходимо совершить работу 16 Дж. На какую длину можно растянуть пружину ,совершив работу в 144 Дж.

Вар.2

1) Найти интегралы

а)  $\int_{-1}^2 3x^2 dx$ ; б)  $\int_{-2\pi}^{\pi} \sin x dx$ ; в)  $\int_{-1}^2 (1 - 3x^2)^2 dx$ ; г)  $\int_{-2}^{-1} (6x^2 + 2x - 10) dx$

2) Скорость падения в пустоте тела  $v = 9,8t$  (м/с). Какой путь пройдет тело между 3с. и 8с.

3) Вычислить работу совершенную при сжатии пружины на 0,06м, если для сжатия её на 0,01м нужна сила 10Н.

Вар.3

1) Найти интегралы

а)  $\int_0^4 (x - 3\sqrt{x}) dx$ ; б)  $\int_{-\pi}^0 \cos 3x dx$ ; в)  $\int_4^9 \frac{dx}{\sqrt{x}}$ ; г)  $\int_{-2}^3 2x dx$

2) Скорость движения тела определить по формуле  $v = 3t^2 - 2t$  м/с. Какой путь пройдет тело за 5с. от начала движения.

3) Вычислить работу, совершенную при сжатии пружины на 0,03м, если для её сжатия на 0,02м была затрачена работа 30 Дж.

Вар.4

1) Найти интегралы

а)  $\int_0^{\pi} 3\cos \frac{x}{2} dx$ ; б)  $\int_0^1 (2x + 1)^3 dx$ ; в)  $\int_2^3 (2x - 1) dx$ ; г)  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (2\sin x + 3\cos x) dx$ ;

2) Скорость движения тела  $v = (4t - \frac{6}{t^2})$  м/с. Определить путь его за третью секунду

3) Пружина растягивается на 0,02м под действием силы 60Н. Какую работу произведет эта сила, распрямив пружину на 0,12м.

Вар.5

1) Найти интегралы

а)  $\int_{-1}^{\sqrt{3}} 4x^3 dx$ ; б)  $\int_1^4 (\sqrt{x} + 5x) dx$ ; в)  $\int_0^1 (e^{2x} + 3x + 5) dx$ ; г)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin(8x + 5) dx$ ;

2) Два тела начинают движение одновременно из одной точки: одно со скоростью  $v = 3t^2$  м/с, другое со скоростью  $v = 2t$  м/с. На каком расстоянии друг от друга они будут через 10с, если они движутся по прямой в одном направлении.

3) При сжатии пружина 0,05м совершается работа 30 Дж. Какую работу необходимо совершить, чтобы сжать пружину на 0,08м.

### Практическая работа №5.

Тема: Приближенные вычисления определенных интегралов.

Цель: Научиться находить приближенное значение определенных интегралов по формулам прямоугольников, трапеции, Симпсона.

#### Варианты:

<b>1</b>	$\int_{31}^{32} \frac{dx}{x}$	$\int_0^{10} \sqrt{x^3 + 32} dx$	$\int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 1}$
<b>2</b>	$\int_2^3 \frac{dx}{x}$	$\int_{-2}^8 \sqrt{x^3 + 11} dx$	$\int_1^2 \frac{dx}{x^2 + 1}$
<b>3</b>	$\int_3^4 \frac{dx}{x}$	$\int_{-4}^6 \sqrt{49 - x^2} dx$	$\int_2^3 \frac{dx}{x^2 + 1}$
<b>4</b>	$\int_4^5 \frac{dx}{x}$	$\int_{-1}^9 \sqrt{x^2 + 9} dx$	$\int_3^4 \frac{dx}{x^2 + 1}$
<b>5</b>	$\int_5^6 \frac{dx}{x}$	$\int_{-2}^8 \sqrt{x^3 + 8} dx$	$\int_4^5 \frac{dx}{x^2 + 1}$

### Практическая работа №6.

Тема. Приложение степенных рядов для приближенного вычисления функции и определенного интеграла.

Цель работы: рассмотреть и научиться применять степенные ряды для приближенного вычисления функции и определенного интеграла.

Задания для самостоятельного выполнения студентами

**Задание 1.** Вычислите значения функций с точностью до 0,0001: Проверьте полученные результаты в программе Mathcad, используя непосредственную подстановку.

а)  $\sin x_1$ ; б)  $\cos x_2$ ; в)  $e^{x_3}$ ; г)  $(1+x_4)^\alpha$ ; д)  $\ln x_5$ ; е)  $\frac{1}{1-x_6}$ .

Номер варианта	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$\alpha$	$x_5$	$x_6$
1	2,76°	84,25°	4,15	0,01	1,015	0,04	0,291
2	39,42°	27,31°	3,78	0,11	-2,152	0,11	-0,145
3	21,45°	68,37°	0,56	0,12	-0,598	0,12	0,258

4	15,24°	74,41°	-1,34	0,13	1,298	1,88	0,478
5	71,28°	11,15°	-1,96	0,14	-3,521	0,31	-0,148

2. Найдите первые пять членов рядов  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  и  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ .

Вариант 1.  $a_n = \frac{n}{n^3 + 1}$

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot n}{(2n-1)!}$$

Вариант 2.  $a_n = \frac{n}{2n^2 - 3}$

$$b_n = \frac{(-1)^{n-1} \cdot 3^m}{n^m}$$

Вариант 3.  $a_n = \frac{n^2}{3n+1}$

$$b_n = \frac{(-1)^{n+1} \cdot 3^m}{n!}$$

Вариант 4.  $a_n = \frac{1}{n^2 + 2}$

$$b_n = \frac{(-1)^n}{n!}$$

Вариант 5.  $a_n = \frac{7n}{2n^2 - 1}$

$$b_n = \frac{(-1)^{n+1} \cdot 15}{n!}$$

3. Дан числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ . Найдите его частичную сумму  $S_4$

Вариант 1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 36}{n^2}$

Вариант 2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n+6}{n} \right)^2$

Вариант 3.  $\sum_{n=1}^{\infty} (n^2 + 1)$

Вариант 4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+6}{n} \right)^2$

Вариант 5.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{12}{n}$

4. Используйте необходимый признак для исследования следующих числовых рядов на сходимость

Вариант 1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^2}$

Вариант 2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 1}{n^5 + 3n}$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^3 + 4}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{10}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{4n+8}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2}{4n^2 + n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \sqrt{n+1}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} 3n$$

Вариант 3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5^n}$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n^4 + 1}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3n + 2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{n + 5}$$

Вариант 5.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^3}$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 2^n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{9n + 2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^n$$

Вариант 4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot (n+1)^2}$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n^3 + 2n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n+1}$$

### Практическая работа №7.

Тема. Определение вероятности случайного события Математическое ожидание и дисперсия.

Цель работы: научиться определять вероятность случайного события, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение дискретной случайной величины.

Варианты заданий для самостоятельного выполнения студентами.

1. Найти математическое ожидание.
2. Найти дисперсию дискретной случайной величины.
3. Найти среднее квадратичное отклонение.

Варианты

Вариант	А)						Б)					
1	$x_k$	0	$\frac{1}{2}$	10	3,14	-4	$x_k$	-2	4	6	8	10
	$p_k$	0,1	0,4	0,1	0,3	0,1	$p_k$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$
2	$x_k$	-5	-8	1	3	4	$x_k$	1	-5	8	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$

	$p_k$	0,1	0,4	0,1	0,1	0,3	$p_k$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
3	$x_k$	-2	0	7	3	0,15	$x_k$	2	-32	10	-7	1,25
	$p_k$	0,25	0,15	0,2	0,1	0,3	$p_k$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$
4	$x_k$	2	-3	5	9	$\frac{1}{7}$	$x_k$	2	3	5	7	11
	$p_k$	0,05	0,05	0,1	0,5	0,3	$p_k$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$
5	$x_k$	-2	5,3	-4,7	15	-4	$x_k$	3	-5	-7	$\frac{1}{8}$	-5
	$p_k$	0,3	0,2	0,1	0,2	0,2	$p_k$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

### Практическая работа №8.

Тема: Определители. Действия с матрицами. Решение систем уравнений.

Цель работы: Научиться вычислять определители, выполнять действия с матрицами и решать системы линейных уравнений.

Задания по вариантам.

1. Вычислить определитель

$$1) \Delta = \begin{vmatrix} 4 & 7 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 8 & 3 \\ 4 & 5 & 2 \\ 3 & 1 & 8 \end{vmatrix} \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 41 \\ 5 & 8 & 23 \\ 2 & 3 & 17 \\ 10 & 1 & 54 \end{vmatrix}$$

$$2) \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} \Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 8 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{vmatrix} \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 45 \\ 2 & 3 & 24 \\ 7 & 1 & 58 \\ 6 & 3 & 23 \end{vmatrix}$$

$$3) \Delta = \begin{vmatrix} 4 & 7 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} \Delta = \begin{vmatrix} 8 & 7 & 1 \\ 5 & 4 & 3 \\ 2 & 5 & 1 \end{vmatrix} \Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 54 \\ 4 & 5 & 17 \\ 8 & 1 & 33 \\ 2 & 3 & 45 \end{vmatrix}$$

$$4) \Delta = \begin{vmatrix} 6 & 10 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} \Delta = \begin{vmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 1 & 3 & 7 \\ 8 & 1 & 3 \end{vmatrix} \Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 & 7 \\ 2 & 4 & 7 & 1 \\ 6 & 2 & 3 & 1 \\ 3 & 8 & 1 & 5 \end{vmatrix}$$

$$5) \Delta = \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 8 & 1 \end{vmatrix} \Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 5 & 8 \\ 7 & 6 & 5 \end{vmatrix} \Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 3 \\ 4 & 5 & 7 & 5 \\ 3 & 8 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 8 \end{vmatrix}$$

2. Выполнить действия с матрицами.

1)  $A+B+C$

2)  $2A-3B$

3)  $4A+2C$

4)  $A*B$

5)  $B*C$

$$1. A = \begin{pmatrix} -1 & 18 & 3 \\ 4 & 5 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 4 & 5 & 1 \\ 7 & -6 & 5 \end{pmatrix} C = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \\ 6 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$2. A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 8 & 2 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 7 \\ 8 & 1 & 3 \end{pmatrix} C = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \\ 4 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$3. A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & -3 \\ 4 & -5 & 1 \\ 8 & 1 & 7 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 5 \\ 2 & -1 & 3 \\ -7 & -2 & 1 \end{pmatrix} C = \begin{pmatrix} -2 & -5 & 1 \\ 6 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$4. A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 1 \\ -2 & -1 & 7 \\ 8 & 1 & 3 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 7 \\ -4 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & -7 \end{pmatrix} C = \begin{pmatrix} -4 & -3 & -1 \\ 2 & 1 & 8 \\ 3 & 5 & -1 \end{pmatrix}$$

$$5. A = \begin{pmatrix} -1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 3 & 4 & 1 \\ -5 & 8 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} -2 & -4 & 1 \\ 8 & 3 & 8 \\ 1 & -4 & -5 \end{pmatrix} C = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 5 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

3. Решить системы

$$1 \text{ вариант } \begin{cases} 5x + 8y - z = -7 \\ x + 2y + 3z = 1 \\ 2x - 3y + 2z = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ 3x - 5y + 3z = 1 \\ 2x + 7y - z = 8 \end{cases}$$

$$2 \text{ вариант } \begin{cases} 3x + 2y + z = 5 \\ 2x + 3y + z = 1 \\ 2x + y + 3z = 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y + 4z = 31 \\ 5x + y + 2z = 29 \\ 3x - y + z = 10 \end{cases}$$

$$3 \text{ вариант } \begin{cases} 4x - 3y + 2z = 9 \\ 2x + 5y - 3z = 4 \\ 5x + 6y - 2z = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - y - z = 4 \\ 3x + 4y - 2z = 11 \\ 3x - 2y + 4z = 11 \end{cases}$$

$$4 \text{ вариант } \begin{cases} x + y + 2z = -1 \\ 2x - y + 2z = -4 \\ 4x + y + 4z = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - y = 5 \\ -2x + y + z = 0 \\ 2x - y + 4z = 15 \end{cases}$$

$$5 \text{ вариант } \begin{cases} 3x - y + z = 4 \\ 2x - 5y - 3z = -17 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x - y - 6z = -1 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases}$$

**2.2. Задания для подготовки обучающихся к рубежному контролю по учебной дисциплине.**

Рубежный контроль по учебной дисциплине «Математика» проводится в форме дифференцируемого зачета, проводимого в письменной форме. На выполнение письменной работы рубежного контроля по математике дается 2 академических часа (90 минут). Работа рубежного контроля содержит 5 заданий. На зачете учащиеся должны показать: владение соответствующими математическими методами и приемами решения задач; четкое знание основных формул учебных разделов дисциплины; умение четко проводить математические рассуждения в письменном изложении; уверенное владение основными умениями и навыками, предусмотренными программой, умение применять их при решении задач.

Результаты контроля признаются положительными в случае, если обучающийся при сдаче работы получил отметку не ниже удовлетворительной.

### **Критерии оценки письменной работы рубежного контроля**

При оценке в первую очередь учитываются показанные учащимися знания и умения. Оценка зависит также от наличия и характера погрешностей, допущенных учащимися. Среди погрешностей выделяются ошибки и недочеты. Погрешность считается ошибкой, если она свидетельствует о том, что учащийся не овладел основными знаниями и умениями, указанными в программе учебной дисциплины. К недочетам относятся погрешности, свидетельствующие о недостаточно полном или недостаточно прочном усвоении основных знаний и умений или об отсутствии знаний, не считающихся в программе основными. Недочетами также считаются: погрешности, которые не привели к искажению смысла полученного учащимся задания или способа его выполнения; неаккуратная запись; небрежное выполнение чертежа.

Граница между ошибками и недочетами является в некоторой степени условной. При одних обстоятельствах допущенная учащимися погрешность может рассматриваться преподавателем как ошибка, в другое время и при других обстоятельствах — как недочет.

Решение задачи считается безупречным, если правильно выбран способ решения, само решение сопровождается необходимыми объяснениями, верно выполнены нужные вычисления и преобразования, получен верный ответ, последовательно и аккуратно записано решение.

Оценка ответа обучающегося проводится по пятибалльной системе.

### **Критерии ошибок**

<b>Вид ошибки</b>	<b>Имеющиеся недочеты</b>
Грубая ошибка	Незнание учащимися формул, правил, основных свойств, теорем и неумение их применять; незнание приемов решения задач,

	рассматриваемых в учебных разделах дисциплины, а также вычислительные ошибки, если они не являются опечаткой
Негрубая ошибка	Потеря корня или сохранение в ответе постороннего корня; отбрасывание без объяснений одного из них и равнозначные им
Недочет	Нерациональное решение, опечатки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях

### Оценка письменной работы рубежного контроля

Оценка уровня подготовки		Имеющийся результат
Балл (отметка)	Вербальный аналог	
5	Отлично	Работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, опечатка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)
4	Хорошо	Работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допустима одна-две негрубые ошибки или два-три недочета
3	Удовлетворительно	Допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но учащийся владеет обязательными умениями по учебной дисциплине
2	Неудовлетворительно	Допущены существенные ошибки, показавшие, что учащийся не владеет обязательными умениями по учебной дисциплине в полной мере; работа показала полное отсутствие у учащегося обязательных знаний и умений или значительная часть работы выполнена не самостоятельно.

### Текст расчетных заданий рубежного контроля

#### Билет 1

1. Количество электричества, протекшего через проводник, изменяется по закону:  $q = 5t^2 + 7t$ . Найти силу тока в конце восьмой секунды.

2. Вычислить  $\int_1^2 (x^2 + 2x - 1) dx$ .

3. Найти закон движения точки, которая движется со скоростью  $v = 4t + 5t^2$ , если при  $t = 0$  с,  $s = 8$  м.

4. Найти производную:  $y = -x^3 + 5x^2 - 1$ .

5. Вычислить с помощью дифференциала:  $1,009^6$ ,  $3,02^3$ ,  $\sqrt{82}$ .

#### Билет 2

1. Сила тока изменяется по закону  $I = 0.5t^4 + 3t^2 - 2$ . Найти скорость изменения тока в конце второй секунды.

2. Вычислить с помощью дифференциала:  $1,005^6$ ,  $3,01^3$ ,  $\sqrt{83}$ .

3. Вычислить:  $\int_1^2 (2x + 1) dx$ .

4. Скорость точки изменяется по закону  $v = 4t^3 + 2t + 3$ . Найти путь, пройденный точкой за 2 с.

5. Найти производную функции  $y = 7 \cos^2 x$ .

#### Билет 3

1. Скорость изменяется по закону  $v = 3t^2 + 2t + 1$ . Найти путь, пройденный точкой за 10 секунд.

2. Найти:  $\int_{-2}^0 (x + x^2) dx$ .

3. Найти производную функции:  $y = 4x^3 + 7x$ .

4. Количество электричества, протекшего через проводник, изменяется по закону:  $q = 6t^2 + 8t$ . Найти силу тока в конце четвертой секунды.

5. Найти приращение функции  $y = 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$ , при  $x = 2,005$ .

#### Билет 4

1. Под действием силы в 40 Н пружина сжимается на 0,04 м. Найти работу при сжатии на 0,08 м.

2. Найти уравнение стороны BC, если B (2; -4), C(5; 3).

3. Найти приращение функции:  $y = x^3 + 2x^2 + 5x - 1$ , при  $x = 2,04$ .

4. Количество тепла, необходимого для нагревания 1 кг воды, выражается формулой  $Q = t^4 + 3t^2 + 4$ . Найти теплоёмкость тела, при нагревании его на 10

°С.

5. Вычислить с помощью дифференциала:  $1,015^6$ ,  $2,04^5$ ,  $\sqrt{101}$ .

### Билет 5

1. Вычислить:  $\int_{-2}^3 (x^2 - 1) dx$ .

2. Маховое колесо при торможении поворачивается на угол  $\varphi = 3t^2 + 6t + 1$ .

Найти угловую скорость в конце шестой секунды.

3. Вычислить работу при выкачивании воды из цилиндрического резервуара с радиусом основания 2 м и высотой 3 м.

4. Найти:  $\int_0^3 (3x^2 + 1) dx$ .

5. Вычислить в помощью дифференциала:  $1,009^6$ ,  $3,02^3$ ,  $\sqrt{3}$ .

### **3. Перечень материалов, оборудования и информационных источников, используемых в аттестации**

#### **3.1. Основная учебная литература**

1. Козлов В.В., Никитин А.А., Белоносов В.С. и др. Математика: алгебра и геометрия: учебник для 9 класса общеобразовательных организаций [Электронный ресурс]: — Москва: Русское слово, 2020 — 376 с. — ISBN 978-5-533-00414-5 по паролю. [ibooks.ru](http://ibooks.ru)

2. Козлов В.В., Никитин А.А. Математика: алгебра и геометрия: учебник для 10 класса. Базовый и углубленный уровень. [Электронный ресурс]: — Москва: Русское слово, 2020 — 464 с. — ISBN 978-5-533-00359-9 по паролю. [ibooks.ru](http://ibooks.ru)

3. Козлов В.В., Никитин А.А. Математика: алгебра и геометрия: учебник для 11 класса. Базовый и углубленный уровень [Электронный ресурс]: — Москва: Русское слово, 2020 — 464 с. — ISBN 978-5-533-00274-5 по паролю. [ibooks.ru](http://ibooks.ru)

#### **3.2. Дополнительная учебная литература**

1. Шабаршина, И. С. Математика. Ч.1 [Электронный ресурс]: учебник / И. С. Шабаршина. — Ростов-на-Дону, Таганрог: Издательство Южного федерального университета, 2017. — 162 с. — ISBN 978-5-9275-2431-0. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/87432.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей по паролю.

2. Алашеева, Е. А. Математика. Часть 2 [Электронный ресурс]: учебное пособие / Е. А. Алашеева. — Самара: Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2017. — 166 с. — ISBN 2227-8397. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/75383.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей по паролю.

3. Математика [Электронный ресурс]: учебное пособие / Р. П. Шепелева, Н. И. Головкин, Б. Н. Иванов [и др.]. — Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2018. — 194 с. — ISBN 978-5-4486-0107-1. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/70267.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/70267> по паролю.

4. Кочеткова, И. А. Математика. Практикум [Электронный ресурс]: учебное пособие / И. А. Кочеткова, Ж. И. Тимошко, С. Л. Селезень. — Минск: Республиканский институт профессионального образования (РИПО), 2018. — 505 с. — ISBN 978-985-503-773-7. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/84874.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей по паролю.

5. Алпатов, А. В. Математика [Электронный ресурс]: учебное пособие для СПО / А. В. Алпатов. — 2-е изд. — Саратов: Профобразование, Ай Пи Эр Медиа, 2019. — 162 с. — ISBN 978-5-4486-0403-4, 978-5-4488-0215-7. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/80328.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей по паролю.

6. Тетруашвили, Е. В. Математика. Часть 2 [Электронный ресурс]: практикум / Е. В. Тетруашвили, В. В. Ершов. — Москва: Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 196 с. — ISBN 978-5-4497-0750-5. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99096.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей по паролю.

### **3.3. Интернет-ресурсы**

1. Math.ru: Математика и образование. —<http://www.math.ru>.
2. Allmath.ru — вся математика в одном месте. — <http://www.allmath.ru>.
3. EqWorld: Мир математических уравнений. — <http://eqworld.ipmnet.ru>.