

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Коротков Сергей Леонидович
Должность: Директор филиала СамГУПС в г.
Ижевске
Дата подписания: 28.04.2021 12:14:41
Уникальный программный ключ:
d3cff7ec2252b3b19e5caaa8cefa396a11af1dc5

**МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА
ФИЛИАЛ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ в
г. Ижевске
(филиал СамГУПС в г. Ижевске)**

**Комплект оценочных средств
по учебной дисциплине**

«Элементы математической логики»

Математического и общего естественнонаучного цикла

09.02.02 Компьютерные сети

(базовый уровень)

2020

СОДЕРЖАНИЕ

1. <u>Паспорт комплекта контрольно-измерительных материалов</u>	4
2. <u>Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке</u>	5
3. <u>Оценка освоения учебной дисциплины</u>	7
3.1. <u>Формы и методы оценивания</u>	7
3.2. <u>Типовые задания для оценки освоения учебной дисциплины</u>	10
4. <u>Контрольно-измерительные материалы для итоговой аттестации по учебной дисциплине</u>	28

1. Паспорт комплекта контрольно-измерительных материалов

В результате освоения учебной дисциплины «Элементы математической логики» обучающийся должен обладать, предусмотренными ФГОС по специальности 09.02.02 Компьютерные сети следующими умениями, знаниями, которые формируют профессиональную и общую компетенцию:

У1. Формулировать задачи логического характера и применять средства математической логики для их решения.

З1. Основные принципы математической логики.

З2. Формулы алгебры высказываний.

З3. Методы минимизации алгебраических преобразований.

З4. Основы языка и алгебры предикатов.

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

ПК 1.1. Выполнять проектирование кабельной структуры компьютерной сети.

ПК 1.2. Осуществлять выбор технологии, инструментальных средств и средств вычислительной техники при организации процесса разработки и исследования объектов профессиональной деятельности.

ПК 1.4. Принимать участие в приемо-сдаточных испытаниях компьютерных сетей и сетевого оборудования различного уровня и в оценке качества и экономической эффективности сетевой топологии.

ПК 2.3. Обеспечивать сбор данных для анализа использования и функционирования программно-технических средств компьютерных сетей.

ПК 3.5. Организовать инвентаризацию технических средств сетевой инфраструктуры, осуществлять контроль оборудования после его ремонта.

Формой аттестации по учебной дисциплине является **дифференцированный зачет**.

2. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке

В результате аттестации по учебной дисциплине осуществляется комплексная проверка следующих умений и знаний, а также динамика формирования общих компетенций:

Таблица 1

Результаты обучения: умения, знания и общие компетенции	Показатели оценки результата	Форма контроля и оценивания
Уметь:		
Умение формулировать задачи логического характера и применять средства математической логики для их решения.	Определение значения истинности высказываний. Построение составных высказываний. Составление таблиц истинности для формул. Применение законов коммутативности, ассоциативности, дистрибутивности, идемпотентности, исключенного третьего, противоречия, Де Моргана, поглощения, дополнения. Приведение формул к совершенным нормальным формам. Приведение формулы к виду ПНФ. Решение логических задач. Исследование релейно-контактных схем при помощи алгебры логики. Выполнение логических операций над предикатами. Выполнение операций с кванторами. Применение логики предикатов.	Оценка по результатам контрольной работы
Знать:		
Знание основных принципов математической логики.	Формулировка высказывания и высказывательных форм. Формулировка основных операций: отрицание, конъюнкция и дизъюнкция. Союзы языка и логические операции (Язык и логика). Импликация, эквиваленция, сумма по модулю два, штрих Шеффера, стрелка Пирса.	Оценка по результатам контрольной работы. Расчетное задание

	Таблицы истинности.	
Знание формул алгебры высказываний.	Классификация формул алгебры логики. Перечисление последовательности действий при решении логических задач.	Оценка по результатам контрольной работы. Защита практических работ № 1, 2. Расчетное задание
Знание методов минимизации алгебраических преобразований.	Приложение алгебры высказываний к логико-математической практике. Приложение нормальных форм для формул алгебры высказываний.	Оценка выполнения расчетного задания. Защита практических работ № 3, 4.
Знание основы языка и алгебры предикатов.	Союзы языка и логические операции. Формулировка основных понятий связанные с предикатами. Перечисление последовательности действий кванторных операции над предикатами. Описание процессов применения логики предикатов к логико-математической практике.	Оценка выполнения расчетного задания. Защита практических работ № 5, 6.

3. Оценка освоения учебной дисциплины:

3.1. Формы и методы оценивания

Предметом оценки служат умения и знания, предусмотренные ФГОС по дисциплине «Элементы математической логики» направленные на формирование общих и профессиональных компетенций.

Контроль и оценка результатов освоения учебной дисциплины осуществляется преподавателем в процессе проведения практических занятий, а также выполнения обучающимися практических и контрольных работ. Итоговая аттестация в форме дифференцированного зачета: все практические, контрольные работы и тематические самостоятельные работы выполнены на положительные оценки

Элемент учебной дисциплины	Формы и методы контроля					
	Текущий контроль		Рубежный контроль		Аттестация	
	Форма контроля	Проверяемые ОК, У, З	Форма контроля	Проверяемые ОК, У, З	Форма контроля	Проверяемые ОК, У, З
Раздел 1 Алгебра высказываний						
Тема 1.1 Логические операции	Контрольная работа	У1,31,ОК1,ОК2, ОК8,ОК9				
Тема 1.2 Правила записи сложных формул	Контрольная работа	У1,31, ОК1,ОК2,ОК8,О К9				
Тема 1.3 Законы алгебры логики	Контрольная работа	У1,31, ОК1,ОК2,ОК8,О К9				
Тема 1.4 Нормальные формы формул	Практическая работа №1 Защита практической работы	У1,32 ОК1,ОК2,ОК8,О К9				
Тема 1.5 Булевы функции	Практическая работа №2 Защита практической работы	У1,32 ОК1,ОК2,ОК8,О К9				
Раздел 2 Исчисление высказываний						
Тема 2.1 Интерпретация формул	Контрольная работа	У1,31, ОК1,ОК2,ОК8,О К9				
Тема 2.2 Правила вывода	Практическая работа №3 Защита практической работы	У1,33, ОК1,ОК2,ОК8,О К9				
Тема 2.3	Практическая работа №4	У1,33,				

Алгоритм вывода по принципу резолюции	Защита практической работы	ОК1,ОК2,ОК8,ОК9				
Раздел 3 Алгебра предикатов						
Тема 3.1 Логические операции	Контрольная работа	У1,34, ОК1,ОК2,ОК8,ОК9				
Тема 3.2 Предваренная нормальная форма	Контрольная работа	У1,34 ОК1,ОК2,ОК8,ОК9,				
Тема 3.3 Сколемовская стандартная форма	Практическая работа №5 Защита практической работы	У1,34, ОК1,ОК2,ОК8,ОК9				
Раздел 4. Исчисление предикатов						
Тема 4.1 Интерпретация формул	Практическая работа №5 Защита практической работы	ОК1,ОК2,ОК8,ОК9			Дифф. зачет	У1, 31,32,33,34 ОК1,ОК2,ОК8, ОК9

3.2. Задания для оценки освоения учебной дисциплины

Практическая работа №1

Тема: Приведение формул к совершенным нормальным формам по таблицам истинности.

Цель: знать, что такое ДНФ и КНФ, уметь приводить формулы алгебры логики к СДНФ и СКНФ и минимизировать их с помощью законов алгебры логики.

Ход работы.

Повторить краткие теоретические сведения и разобрать задачи с решениями.

ТОЖДЕСТВЕННО-ИСТИННЫЕ И ТОЖДЕСТВЕННО-ЛОЖНЫЕ ФОРМУЛЫ.

Определение. Формула называется тождественно-истинной (тавтологией), если для любых наборов переменных она принимает значение И.

Определение. Формула называется тождественно-ложной, если для любых наборов переменных она принимает значение Л.

В алгебре высказываний используют две нормальные формы: дизъюнктивную и конъюнктивную нормальные формы формулы (ДНФ и КНФ).

Дизъюнктивной нормальной формой (ДНФ) называется дизъюнкция простых конъюнкций.

Конъюнктивной нормальной формой (КНФ) формулы есть формула, равносильная исходной формуле логики высказываний и записанная в виде конъюнкции элементарных дизъюнкций переменных.

Каждая формула, не равная тождественно Л, может быть приведена к СДНФ, которая является единственной с точностью до перестановки дизъюнктивных членов.

Каждая формула, не равная тождественно И, может быть приведена к СКНФ, которая является единственной с точностью до перестановки конъюнктивных членов.

Совершенная дизъюнктивная нормальная форма формулы (СДНФ) это равносильная ей формула, представляющая собой дизъюнкцию элементарных конъюнкций, обладающая свойствами

1. Каждое логическое слагаемое формулы содержит все высказывания, входящие в формулу.
2. Все логические слагаемые формулы различны
3. Ни одно логическое слагаемое не содержит высказывание и его отрицание
4. Ни одно логическое слагаемое формулы не содержит одно и то же высказывание дважды.

Алгоритм получения СКНФ по таблице истинности:

- 1) Отметить те строки, в последнем столбце которых стоят 0;
- 2) Выписать для каждой отмеченной строки дизъюнкцию всех переменных следующим образом: если значение некоторой переменной в данной строке

=0, то в дизъюнкцию включают саму эту переменную, если =1, то ее отрицание;

3) Все полученные дизъюнкции связать в конъюнкцию.

1) Образцы решения

Построить таблицу истинности для высказывания: $x \mid \bar{y} \rightarrow \oplus$, построить СДНФ, СКНФ, найти минимальную ДНФ.

Решение.

Строим таблицу истинности- таблицу, с помощью которой устанавливается истинностное значение сложного высказывания при данных значениях входящих в него простых высказываний.

x	y	z	$\bar{y}$	$x \mid \bar{y}$	$y \oplus$	
1	1	1	0	1	0	0
1	0	1	1	0	1	1
1	1	0	0	1	1	1
1	0	0	1	0	0	1
0	1	1	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1	1
0	0	0	1	1	0	0

По таблице составляем дизъюнктивную нормальную форму (ДНФ). ДНФ в булевой логике — нормальная форма, в которой булева формула имеет вид дизъюнкции нескольких конъюнктов.

Алгоритм получения СДНФ по таблице истинности;

1) Отметить те строки, в последнем столбце которых стоят 1;

2) Выписать для каждой отмеченной строки конъюнкцию всех переменных следующим образом: если значение некоторой переменной в данной строке =1, то в конъюнкцию включают саму эту переменную, если = 0, то ее отрицание;

3) Все полученные конъюнкции связать в дизъюнкцию.

Выбираем в таблице строки, в которых булева функция принимает значение 1. В данном случае – это 2-ая, 3-ая, 4-ая, 6-ая и 7-ая строки.

Для каждой строки составляем конъюнкцию: если значение переменной равно 0, то берем ее отрицание, а если 1, то берем саму переменную. Затем составляем дизъюнкцию полученных конъюнкций:

$$f_{x,y,z} = \bar{x} \wedge \bar{y} \wedge \bar{z} \vee \bar{x} \wedge y \wedge \bar{z} \vee \bar{x} \wedge y \wedge z \vee x \wedge \bar{y} \wedge \bar{z} \vee x \wedge \bar{y} \wedge z$$

Выбираем в таблице строки, в которых булева функция принимает значение 0. В данном случае – это 1-ая, 5-ая, и 8-ая строки:

$$f_{x,y,z} = \bar{x} \wedge \bar{y} \wedge z \vee \bar{x} \wedge y \wedge z \vee x \wedge y \wedge z$$

ДНФ называется минимальной, если она содержит наименьшее число букв среди всех ДНФ ей равносильных.

Метод Квайна основывается на применении двух основных соотношений.

Соотношение склеивания:

$$a \wedge \bar{b} \vee a \wedge b = a; \quad a \vee \bar{a} \wedge b = a \vee b$$

Соотношение поглощения:

$$a \wedge (a \vee b) = a \quad a \vee (a \wedge b) = a$$

Используя соотношение склеивания получаем:

$$(\bar{x} \wedge \bar{y}) \vee (\bar{x} \wedge y) = \bar{x} \wedge (\bar{y} \vee y) = \bar{x} \wedge 1 = \bar{x}$$

$$(x \wedge \bar{y}) \vee (x \wedge y) = x \wedge (\bar{y} \vee y) = x \wedge 1 = x$$

$$(\bar{x} \wedge \bar{y}) \vee (\bar{x} \wedge y) \vee (x \wedge \bar{y}) \vee (x \wedge y) = (\bar{y} \wedge (\bar{x} \vee x)) \vee (y \wedge (\bar{x} \vee x)) = (\bar{y} \wedge 1) \vee (y \wedge 1) = \bar{y} \vee y = 1$$

Задания для самостоятельной работы.

Построить таблицу истинности, найти СНДФ, найти минимальную ДНФ.
для высказывания:

1в.

$$1. \quad \bar{z} \vee \rightarrow \oplus$$

$$2. \quad \left(\begin{array}{c} \bar{x} \wedge y \\ x \vee \bar{y} \end{array} \right) \rightarrow A \vee$$

$$3. \quad \bar{z} \vee \wedge \oplus$$

2в.

$$1. \quad \left(\overline{(A \wedge B)} \Rightarrow \right) \Rightarrow \bar{A} \vee B$$

$$2. \quad x | y \rightarrow \oplus \quad (x | y) \rightarrow$$

$$3. \quad \bar{z} \Rightarrow \Leftrightarrow \vee$$

3в

$$1. \quad (x | y) \rightarrow$$

$$2. \quad (\bar{A} \wedge \Leftrightarrow \oplus \Leftrightarrow \vee \oplus \oplus$$

$$3. \quad \bar{z} \oplus \Rightarrow \vee$$

4в.

$$1. \quad (\overline{A \Rightarrow}) \Leftrightarrow \bar{A} \wedge \bar{B}$$

$$2. \quad x \wedge \oplus \wedge \Leftrightarrow \wedge \oplus$$

$$3. \quad \bar{z} \oplus \vee \vee$$

5в

$$1. \quad \bar{x} \downarrow y \rightarrow \oplus$$

$$2. \quad (x | y) \rightarrow \oplus \vee \rightarrow \oplus$$

$$3. \quad \bar{z} \vee \rightarrow \vee$$

6в

$$1. \quad \bar{x} \vee y \rightarrow \oplus$$

$$2. \quad (\bar{A} \Rightarrow \Leftrightarrow \wedge \oplus \Rightarrow \wedge \Rightarrow$$

$$3. \quad \bar{z} \vee \oplus \oplus$$

7B.

1. $\overline{A \rightarrow B} \leftrightarrow \neg A \vee B$
2. $(\bar{A} \Rightarrow B \vee C) \Rightarrow (A \Rightarrow B) \wedge (A \Rightarrow C)$
3. $\bar{z} \vee (x \wedge y) \Leftrightarrow (x \vee \bar{z}) \wedge (y \vee \bar{z})$

8B.

1. $A \vee (A \wedge B) \Rightarrow A$
2. $x \mid y \Rightarrow (x \wedge y) \vee (\bar{x} \wedge \bar{y})$
3. $\bar{z} \Leftrightarrow (x \vee y) \oplus (x \wedge y)$

9B

1. $\overline{A \vee (B \oplus C)} \Leftrightarrow \bar{A} \wedge (\bar{B} \oplus \bar{C})$
2. $(\bar{A} \Rightarrow B \vee C) \Leftrightarrow (A \Rightarrow B) \oplus (A \Rightarrow C)$
3. $A \vee (A \oplus B) \Rightarrow B$

10B.

1. $\left((x \vee y) \wedge (x \vee z) \right) \Rightarrow x \vee (y \wedge z)$
2. $x \wedge (y \vee z) \wedge (x \vee y) \Rightarrow x \oplus (y \vee z)$
3. $\overline{A \vee (B \rightarrow C)} \Leftrightarrow \bar{A} \wedge (B \wedge \bar{C})$

Практическая работа № 2

Тема: приложение алгебры высказываний к релейно-контактным схемам.

Цель: научиться составлять релейно-контактную схему для данной функции.

Ход работы

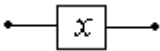
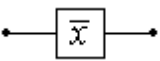
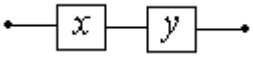
1. Теоретический материал.

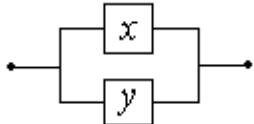
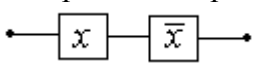
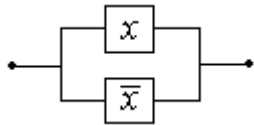
Релейно-контактной схемой (РКС) или переключательной схемой называется схематическое изображение устройства, состоящего из следующих элементов:

- 1) переключателей (контактов, реле, ламп и др.);
- 2) соединительных проводников;
- 3) входов-выходов (полюсов РКС).

Рассмотрим простейшую РКС, содержащую один переключатель P . Если переключателю P поставить в соответствие высказывание x : «Переключатель P замкнут», то истинному значению x ($x = 1$) будет соответствовать замкнутое состояние переключателя, при котором РКС проводит ток, т.е. импульс, поступающий на вход, может быть снят на выходе. Значению $x = 0$ будет соответствовать разомкнутое состояние РКС (ток не проводится). Каждой РКС, состоящей из нескольких переключателей, можно поставить в соответствие высказывание, выраженное некоторой формулой A , таким образом, что истинному значению формулы ($A = 1$) будет соответствовать замкнутое состояние РКС, а значению $A = 0$ – разомкнутое состояние. Примеры таких соответствий приведены в таблице.

Простейшие РКС и соответствующие им формулы логики.

РКС	Формула	Значения
Переключатель x: 	Простейшее высказывание: x	$x = 1$, если переключатель замкнут; $x = 0$, если переключатель разомкнут
Переключатель $\bar{x}$ 	Отрицание простейшего высказывания: $\bar{x}$	$\bar{x} = 0$, если переключатель замкнут; $\bar{x} = 1$, если переключатель разомкнут
Последовательное соединение:  (схема замкнута, когда оба переключателя замкнуты)	Конъюнкция высказываний: $x \wedge y$	$x \wedge y = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, \\ y = 1, \end{cases}$ $x \wedge y = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, \\ y = 0. \end{cases}$

Параллельное соединение:  (схема разомкнута, когда оба переключателя разомкнуты)	Дизъюнкция высказываний: $x \vee y$	$x \vee y = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, \\ y = 0, \end{cases}$ $x \vee y = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, \\ y = 1. \end{cases}$
Схема, которая всегда разомкнута 	$x \wedge \bar{x}$	$x \wedge \bar{x} \equiv 0$
Схема, которая всегда замкнута 	$x \vee \bar{x}$	$x \vee \bar{x} \equiv 1$

Из простейших РКС путем их последовательного и параллельного соединения могут быть построены более сложные переключательные схемы.

Доказано, что любая формула алгебры логики может быть преобразована к виду, содержащему только операции отрицания, конъюнкции и дизъюнкции. Это позволяет изображать логические формулы при помощи РКС, а РКС задавать формулами.

Например, согласно формулам основных равносильностей

$$x \rightarrow y \equiv \bar{x} \vee y \quad \text{и} \quad x \leftrightarrow y \equiv (x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow x),$$

следовательно, логическим операциям импликации и эквиваленции соответствуют РКС, изображенные рис. 1.

Используя равносильные преобразования логической формулы, соответствующей некоторой РКС, можно *упростить РКС*, т.е. привести ее к виду, содержащему меньшее число

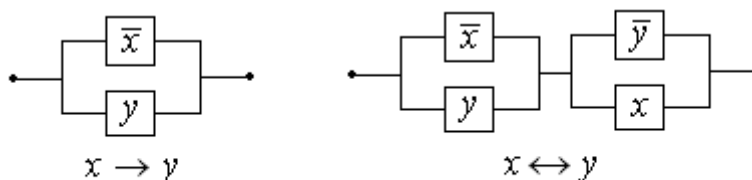


Рис. 1

переключателей.

1. Образец решения.

Пример.

Упростить РКС, изображенную на рис. 2.

Решение. Запишем соответствующую РКС формулу, используя таблицу простейших РКС и соответствующих им формул логики:

$$A = ((\bar{x} \wedge \bar{y}) \vee y) \vee (x \wedge y) \wedge x.$$

Упростим формулу, используя основные равносильности:

$$((\bar{x} \wedge \bar{y}) \vee y) \vee (x \wedge y) \wedge x \equiv ((\bar{x} \vee y) \wedge (\bar{y} \vee y)) \vee (x \wedge y) \wedge x \equiv$$

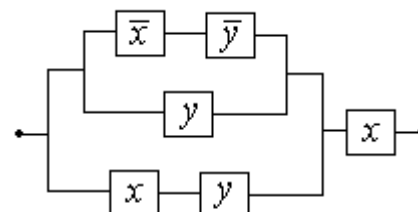


Рис. 2

$$\begin{aligned}
&\equiv ((\bar{x} \vee y) \wedge 1) \vee (x \wedge y) \wedge x \equiv ((\bar{x} \vee y) \vee (x \wedge y)) \wedge x \equiv \\
&\equiv (\bar{x} \vee y \vee (x \wedge y)) \wedge x \equiv ((\bar{x} \vee y \vee x) \wedge (\bar{x} \vee y \vee y)) \wedge x \equiv \\
&\equiv (1 \vee y) \wedge (\bar{x} \vee y) \wedge x \equiv ((1 \wedge x) \vee y) \wedge x \equiv (\bar{x} \vee y) \wedge x \equiv \\
&\equiv (\bar{x} \wedge x) \vee (y \wedge x) \equiv 0 \vee (y \wedge x) \equiv y \wedge x.
\end{aligned}$$

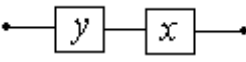
Таким образом, $A \equiv y \wedge x$. Построим РКС,  соответствующую упрощенной формуле (рис. 3).

Рис. 3

Каждой релейно-контактной схеме (РКС), составленной из переключателей $x_1, x_2, \dots, x_n$, можно поставить в соответствие булеву функцию, называемую ее *функцией проводимости*:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \begin{cases} 1, & \text{если РКС замкнута,} \\ 0, & \text{если РКС разомкнута.} \end{cases}$$

Функция проводимости РКС задается при помощи формулы логики, соответствующей этой РКС. Например, РКС, изображенная на рис. 2,

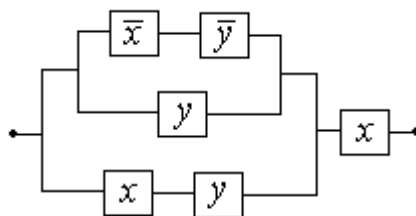


Рис. 2

имеет функцию

проводимости

$f(x, y) = ((\bar{x} \wedge \bar{y}) \vee y) \vee (x \wedge y) \wedge 1 \equiv y \wedge x$, таблица значений которой имеет вид:

x	y	$f(x, y)$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Задача может иметь обратное направление: по данной функции составить релейно-контактную схему. Для этого составляем таблицу истинности, находим СДНФ для данной функции и строим РКС.

Задание для самостоятельной работы.

1 в. Построить таблицу истинности для функции $f(x, y, z) = \Rightarrow \vee$, найти СДНФ, упростить ее. Построить контактную схему, реализующую эту функцию.

2 в. Построить таблицу истинности для функции $f(x, y, z) = \Leftrightarrow \Rightarrow$, найти СДНФ, упростить ее. Построить контактную схему, реализующую эту функцию.

3 в. Построить таблицу истинности для функции $f(x, y, z) = \vee$, найти СДНФ. Построить контактную схему, реализующую эту функцию.

4 в. Построить таблицу истинности для функции $f(x, y, z) = \vee \Leftrightarrow$, найти СДНФ, упростить ее. Построить контактную схему, реализующую эту функцию.

5 в. Построить таблицу истинности для функции $f(x, y, z) = x \Rightarrow y \vee z$, найти СДНФ, упростить ее. Построить контактную схему, реализующую эту функцию.

6 в. Построить таблицу истинности для функции $f(x, y, z) = x \rightarrow (y|z) \vee z$, найти СДНФ, упростить ее. Построить контактную схему, реализующую эту функцию.

7 в. Построить таблицу истинности для функции $f(x, y, z) = (x \wedge z) \rightarrow (y|z) \rightarrow \bar{x}$, найти СДНФ, упростить ее. Построить контактную схему, реализующую эту функцию.

8 в. Построить таблицу истинности для функции $f(x, y, z) = (y|z) \vee (z \wedge x)$, найти СДНФ, упростить ее. Построить контактную схему, реализующую эту функцию.

9 в. Построить таблицу истинности для функции $f(x, y, z) = y \rightarrow (x|z) \vee y$, найти СДНФ, упростить ее. Построить контактную схему, реализующую эту функцию.

10 в. Построить таблицу истинности для функции $f(x, y, z) = xy \rightarrow (x|z) \vee z$, найти СДНФ, упростить ее. Построить контактную схему, реализующую эту функцию.

Практическая работа № 3

Тема: решение логических задач с помощью алгебры логики.

Цель работы: уметь решать задачи, используя формулы алгебры логики.

Ход работы.

Разобрать задачи с решениями.

1. В процессе составления расписания уроков учителя высказали свои пожелания. Учитель русского языка хочет проводить первый или второй урок, учитель математики – первый или третий, а учитель физкультуры – второй или третий урок. Сколько существует возможных вариантов расписания и каковы они?

Решение. Введем обозначения: А – 1-й урок русского языка, В – 2-й урок русского языка, $\bar{A}$ – 1-й урок математики, С – 3-й урок математики, $\bar{B}$ – 2-й урок физкультуры, $\bar{C}$ – 3-й урок физкультуры. Составим логическую формулу, опираясь на условие задачи: $(A \vee B) \& (\bar{A} \vee C) \& (\bar{B} \vee \bar{C})$. Таблица истинности для нее будет иметь вид:

A	B	C	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{C}$	$A \vee B$	$\overline{A} \vee C$	$\overline{B} \vee \overline{C}$	$(A \vee B) \& (\overline{A} \vee (A \vee B) \& (\overline{A} \vee C) \& (\overline{B} \vee \overline{C}))$
0	0	0	1	1	1	0	1	1	0
0	0	1	1	1	0	0	1	1	0
0	1	0	1	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	0	0	1	1	0	1
1	0	0	0	1	1	1	0	1	0
1	0	1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1	1	0	1	0
1	1	1	0	0	0	1	1	0	0

Ответ. Анализируя таблицу, приходим к выводу, что расписание может быть представлено в двух вариантах:

1 урок математика 1 урок русский язык
 2 урок русский язык или 2 урок физкультура
 3 урок физкультура 3 урок математика.

Задачи для самостоятельной работы.

1. Только один из подозреваемых участвовал в преступлении. Известно, что если Иванов не участвовал или Петров участвовал, то Сидоров участвовал; если Иванов не участвовал, то Сидоров не участвовал. Кто участвовал в преступлении?
2. Аня, Вика и Сергей решили пойти в кино. Учитель, хорошо знавший ребят, высказал предложения: Аня пойдет в кино только тогда, когда пойдут Вика и Сергей; Аня и Сергей пойдут в кино вместе или же оба останутся дома; чтобы Сергей пошел в кино, необходимо, чтобы пошла Вика. Когда ребята пошли в кино, оказалось, что учитель немного ошибся: из трех его утверждений истинными оказались только два. Кто из ребят пошел в кино?
3. Намечаются экскурсии в три города А, В и С. Руководитель фирмы сказал: «Неверно, что если будет экскурсия в город В, то не будет экскурсии в город С. Если будет экскурсия в город С, то не будет экскурсии в город А.» В какие города будет проводиться экскурсия?
4. По каналу один за другим идут три теплохода: «Обь» «Восток» и «Петропавловск». Навстречу им идут один за другим теплоходы «Мир», «Енисей» и «Россия». Канал такой ширины, что два теплохода в нем разойтись не могут. Но у канала с одной стороны есть ответвление, в котором может поместиться один теплоход. Как можно теплоходам разойтись и продолжить свой путь?

5. По однокорейной железной дороге шли навстречу друг другу 2 товарных поезда. В каждом из них по 8 вагонов. На станции, где они встретились, от главного пути отходит боковая ветка (тупик), которая может вместить только 4 вагона и тепловоз. Как действовать машинисты, чтобы составы разъехались и продолжили путь в нужных направлениях?

6. Маша, Оля, Лена, Валя – замечательные девочки. Каждая из них играет на каком-нибудь музыкальном инструменте и говорит на одном из иностранных языков. Инструменты и языки у них разные. Маша играет на рояле. Девочка, которая говорит по-французски, играет на скрипке. Оля играет на виолончели. Маша не знает итальянского языка, а Оля не владеет

английским. Лена не играет на арфе, а виолончелистка не говорит по-итальянски. Нужно определить, на каком инструменте играет каждая из девочек и каким иностранным языком она владеет.

7. Однажды в Артеке за круглым столом оказалось пятеро ребят родом из Москвы, Санкт-Петербурга, Новгорода, Перми и Томска: Юра, Толя, Алеша, Коля и Витя. Москвич сидел между томичем и Витей, петербуржец – между Юрой и Толей, а напротив него сидели пермяк и Алеша. Коля никогда не был в Санкт-Петербурге, а Юра не бывал в Москве и Томске, а томич с Толей регулярно переписываются. Нужно определить, в каком городе живет каждый из ребят.

8. На каток пришли 4 паучка, чтобы покататься на коньках. У одного из паучков не хватало коньков на задней половине ног, у другого – на передней половине, у третьего с коньками были только правые ножки, а у четвертого – только левые. Они взяли в прокат недостающие коньки, и вышли на каток. Сколько пар коньков они взяли?

9. У сестры Юли и Тони было три платка: один розовый и два голубых. Увидев на Юле один из этих платков Тоня поняла, что она может надеть только голубой платок. Какой платок был на Юле?

10. Вадим, Сергей и Михаил изучают различные иностранные языки: китайский, японский и арабский. На вопрос, какой язык изучает каждый из них, один ответил: "Вадим изучает китайский, Сергей не изучает китайский, а Михаил не изучает арабский". Впоследствии выяснилось, что в этом ответе только одно утверждение верно, а два других ложны. Какой язык изучает каждый из молодых людей?

Практическая работа № 4

Тема: доказательство выводимости заключения по принципу резолюции. Доказательство выводимости заключения методом дедукции.

Цель: научиться применять алгоритмы выводимости по принципу резолюции и методом дедукции.

Задание.

Для заключения $(A \& B \rightarrow C) \vdash (A \rightarrow (B \rightarrow C))$:

1. Составить таблицу истинности.
2. Доказать истинность заключения методом дедукции и нарисовать граф дедуктивного вывода.
3. Доказать истинность заключения по принципу резолюции и нарисовать граф вывода пустой резольвент

1. Составить таблицу истинности.

A	B	C	1&2	4→3	2→3	1→6	5→7
1	2	3	4	5	6	7	8
л	л	л	л	и	и	и	и
л	л	и	л	и	и	и	и
л	и	л	л	и	л	и	и
л	и	и	л	и	и	и	и
и	л	л	л	и	и	и	и
и	л	и	л	и	и	и	и
и	и	л	и	л	л	л	и
и	и	и	и	и	и	и	и

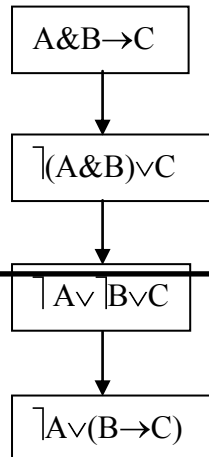
2.1. Доказать истинность заключения $(A \& B \rightarrow C) \vdash (A \rightarrow (B \rightarrow C))$ методом дедукции.

2) $F_1 = A \& B \rightarrow C$ – посылка.

- 3) $F_2 = \neg(A \& B) \vee C$ – заключение по формуле F_1 .
- 4) $F_3 = \neg A \vee \neg B \vee C$ – заключение по формуле F_2 и закону де Моргана.
- 5) $F_4 = \neg A \vee (B \rightarrow C)$ – заключение по формуле F_3 .
- 6) $F_5 = (A \rightarrow (B \rightarrow C))$ – заключение по формуле F_4 .

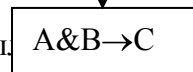
Таким образом заключение $(A \& B \rightarrow C) \vdash (A \rightarrow (B \rightarrow C))$ истинно.

2.2. Нарисовать граф дедуктивного вывода.



3.1. Доказать истинность заключения $(A \& B \rightarrow C) \vdash (A \rightarrow (B \rightarrow C))$ по принципу резолюции.

- 1) $(A \& B \rightarrow C) = \neg A \vee \neg B \vee C$ – посы.
- 2) $\neg(A \rightarrow (B \rightarrow C)) = A \& B \& \neg C$ – отрицание заключения.
- 3) множество дизъюнктов: $K = \{ \neg A \vee \neg B \vee C ; A ; B ; \neg C \}$.
- 4) $A \vee (\neg A \vee \neg B \vee C) = \neg B \vee C$ – резольвента из 1) и 2).
- 5) $B \vee (\neg B \vee C) = C$ – резольвента из 3) и 4).
- 6) $\neg C \vee C = \square$ – пустая резольвента из 3) и 5).



Таким образом заключение $(A \& B \rightarrow C) \vdash (A \rightarrow (B \rightarrow C))$ истинно.

3.2. Нарисовать граф вывода пустой резольвенты.

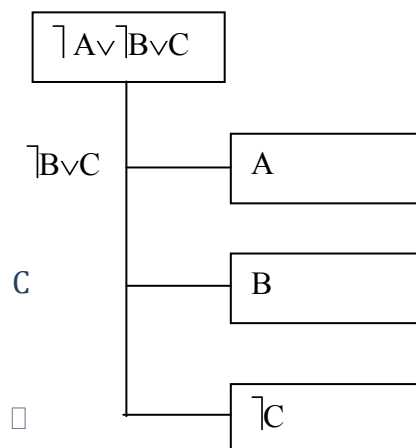


Рис. 2. Граф вывода пустой

Используя данный алгоритм выполнить задание для следующих формул:

1 в. $\left(\begin{array}{c} \text{ } \end{array} \right) A \vee$

2 в. $\left(\overline{(A \wedge B)} \Rightarrow \right) \Rightarrow \neg \vee B$

3 в. $(\overline{A} \wedge \Leftrightarrow \oplus \Leftrightarrow \vee \oplus \oplus$

4 в. $(\overline{A \Rightarrow}) \Leftrightarrow \neg \wedge \neg$

5 в. $\neg \downarrow \neg \rightarrow \neg \oplus$

6 в. $(\overline{A \Rightarrow} \Leftrightarrow \wedge \oplus \Rightarrow \wedge \Rightarrow$

7 в. $(A \Rightarrow \vee \wedge \Rightarrow \Rightarrow \wedge \oplus$

8 в. $A \vee \wedge \Rightarrow$

9 в. $(\overline{A \Rightarrow} \vee \wedge \Leftrightarrow \Rightarrow \oplus \vee$

10 в. $\left(\begin{array}{c} \text{ } \end{array} \right)$

Практическая работа № 5

Тема: нахождение ПНФ и ССФ, выполнение унификации атомов дизъюнктов.

Цель: научиться применять алгоритмы нахождения ПНФ и ССФ.

Задание.

Для формулы $\forall x(A(x) \rightarrow \exists z(B(y) \rightarrow C(z))) \rightarrow \forall y(B(y) \rightarrow (A(x) \rightarrow C(z)))$ найти формулы ПНФ и ССФ, выполнить унификацию атомов дизъюнктов.

1. Приведение формулы $\forall x(A(x) \rightarrow \exists z(B(y) \rightarrow C(z))) \rightarrow \forall y(B(y) \rightarrow (A(x) \rightarrow C(z)))$ к виду ПНФ.

1) удалим логическую связку " $\rightarrow$ ":

$$\neg(\forall x(\neg A(x) \vee \exists z(\neg B(y) \vee C(z))) \vee \forall y(\neg B(y) \vee \neg A(x) \vee C(z)));$$

2) применим закон де Моргана $\neg \forall x(F(x)) = \exists x(\neg F(x))$:

$$\exists x(\neg(\neg A(x) \vee \exists z(\neg B(y) \vee C(z))) \vee \forall y(\neg B(y) \vee \neg A(x) \vee C(z)));$$

3) применим закон де Моргана $\neg(F_1 \vee F_2) = (\neg F_1 \wedge \neg F_2)$:

$$\exists x(A(x) \wedge \neg(\exists z(\neg B(y) \vee C(z))) \vee \forall y(\neg B(y) \vee \neg A(x) \vee C(z)));$$

4) применим закон де Моргана $\neg \exists x(F(x)) = \forall x(\neg F(x))$:

$$\exists x(A(x) \wedge (\forall z(B(y) \wedge \neg C(z))) \vee \forall y(\neg B(y) \vee \neg A(x) \vee C(z)));$$

5) переименуем связанную переменную $x=u$:

$$\exists u(A(u) \wedge (\forall z(B(y) \wedge \neg C(z))) \vee \forall y(\neg B(y) \vee \neg A(x) \vee C(z)));$$

6) переименуем связанную переменную $z=w$:

$$\exists u(A(u) \wedge (\forall w(B(y) \wedge \neg C(w))) \vee \forall y(\neg B(y) \vee \neg A(x) \vee C(z)));$$

7) вынесем квантор $\forall_w$ влево:

$$\exists u \forall_w (A(u) \wedge B(y) \wedge \neg C(w)) \vee \forall y(\neg B(y) \vee \neg A(x) \vee C(z));$$

8) вынесем квантор $\forall_y$ влево:

$$\exists u \forall_w \forall_y ((A(u) \wedge B(y) \wedge \neg C(w)) \vee (\neg B(y) \vee \neg A(x) \vee C(z)));$$

9) преобразуем матрицу к виду КНФ:

$$\exists u \forall w \forall v ((\neg B(y) \vee \neg A(x) \vee C(z) \vee A(u)) \& (\neg B(y) \vee \neg A(x) \vee C(z) \vee B(y)) \& (\neg B(y) \vee \neg A(x) \vee C(z) \vee \neg C(w)))$$

Матрица ПНФ содержит три элементарных дизъюнкта:

$$K = \{(\neg B(y) \vee \neg A(x) \vee C(z) \vee A(u)); (\neg B(y) \vee \neg A(x) \vee C(z) \vee B(y)); (\neg B(y) \vee \neg A(x) \vee C(z) \vee \neg C(w))\}.$$

2. Приведение формулы $\forall x(A(x) \rightarrow \exists z(B(y) \rightarrow C(z))) \rightarrow \forall y(B(y) \rightarrow (A(x) \rightarrow C(z)))$ к виду ССФ.

1) представим данную формулу в виде ПНФ (см. п. 1):

$$\exists u \forall w \forall v ((\neg B(y) \vee \neg A(x) \vee C(z) \vee A(u)) \& (\neg B(y) \vee \neg A(x) \vee C(z) \vee B(y)) \& (\neg B(y) \vee \neg A(x) \vee C(z) \vee \neg C(w)))$$

2) заменим предметную переменную u на постоянную a:

$$\forall w \forall v ((\neg B(y) \vee \neg A(x) \vee C(z) \vee A(a)) \& (\neg B(y) \vee \neg A(x) \vee C(z) \vee B(y)) \& (\neg B(y) \vee \neg A(x) \vee C(z) \vee \neg C(w)))$$

$$K = \{(\neg B(y) \vee \neg A(x) \vee C(z) \vee A(a)); (\neg B(y) \vee \neg A(x) \vee C(z) \vee B(y)); (\neg B(y) \vee \neg A(x) \vee C(z) \vee \neg C(w))\}.$$

3. Выполнение унификации атомов дизъюнктов.

$$1) \quad x^a(\neg B(y) \vee \neg A(x) \vee C(z) \vee A(a)) = \neg B(y) \vee \neg A(a) \vee C(z) \vee A(a);$$

$$2) \quad w^z(\neg B(y) \vee \neg A(x) \vee C(z) \vee \neg C(w)) = \neg B(y) \vee \neg A(x) \vee C(z) \vee \neg C(z);$$

Используя данный алгоритм выполнить задание для следующих формул:

1 в. $\exists x(P(x) \wedge Q(x)) \equiv \exists x P(x) \vee \exists x Q(x)$

2 в. $\exists x \forall y P(x, y) \rightarrow \forall y \exists x P(x, y) \equiv 1$

3 в. $\forall x(P(x) \vee Q(y)) \equiv \forall x P(x) \vee Q(y)$

4 в. $\exists x(P(x) \wedge Q(y)) \equiv \exists x P(x) \wedge Q(y)$

5 в. $\exists u \forall v \Phi(u, v) \rightarrow \exists t \Phi(t, v)$

6 в. $\forall x P(x) \equiv \exists x P(x)$

7 в. $\exists x P(x) \equiv \forall x P(x)$

8 в. $\forall x \forall y P(x, y) \equiv \forall y \forall x P(x, y)$

9 в. $\exists x \exists y P(x, y) \equiv \exists y \exists x P(x, y)$

10 в. $\forall x(P(x) \wedge Q(x)) \equiv \forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$

Практическая работа № 6

Тема: применение логики предикатов в математике.

Цель: показать применение языка логики предикатов для записи математических выражений, определений.

Предикат — это утверждение, содержащее переменные величины, принимающее значение истины или лжи в зависимости от значений переменных.

Например, выражение « x – целое число, удовлетворяющее соотношению $x = x^2$ » является предикатом, поскольку оно истинно при $x = 0$ или $x = 1$ и ложно в любом другом случае.

На предикаты переносятся все операции (логические связки), которые мы проделывали с высказываниями. Истинность составного предиката зависит от значений, входящих в него переменных.

Пример: $P = \{1055 > 1999\}$

$P(x) = \{x > 1999\}$ - высказывание, содержащее переменную.

$x \in N$ - предметная область предиката.

$x_1, x_2 \in N \quad P(x_1) = 1 \quad P(x_2) = 0 \quad P: N \rightarrow E = \{0, 1\}$

Понятие квантора

Существуют логические операторы – **кванторы**, применение которых к предикатам превращает их в ложные или истинные высказывания.

Утверждениями о том, что некоторое свойство имеет место «**для всех**» рассматриваемых объектов, называют квантором «**общности**» и обозначают – $\forall$.

Утверждениями о том, что «**найдется (существует)**» по крайней мере один объект, обладающий данным свойством, называют квантором «**существования**» и обозначают – $\exists$.

Включая в предикат кванторы, мы превращаем его в высказывание. Поэтому предикат с кванторами может быть истинным или ложным.

Высказывание $\forall x P(x)$ означает, что область истинности предиката $P(x)$ совпадает с областью значений переменной x . («При всех значениях (x) утверждение верно»).

Высказывание $\exists x P(x)$ означает, что область истинности предиката $P(x)$ непуста («Существует (x) при котором утверждение верно»).

Примеры:

$$1) \sum_{s=1}^n a_k = \sum_{s=1}^n a_s, k - \text{связанная переменная, } n - \text{свободная переменная}$$

$$2) \int_0^t f(x)dx = \int_0^t f(s)ds, t - \text{свободная, } x - \text{связанная.}$$

$$3) \int_a^b F(x, y)dx, a, b, y - \text{свободные переменные, } x - \text{связанная.}$$

Задания для самостоятельной работы.

Текст задания

1. Установить, является ли данное выражение формулой, а если да, то определить, какие переменные в ней свободные, а какие связанные.
2. Даны предикаты: A(x) и B(x). Записать словами предложенные формулы C и D.
3. Данное суждение записать в виде формулы логики предикатов. Построить отрицание данного суждения в виде формулы, не содержащей внешних знаков отрицания. Перевести на естественный язык.
4. Найти приведенную и нормальную формулы. для данной формулы

Варианты индивидуальных заданий

Вариант № 1

1. $\forall x (\exists y (\neg A(x)) \& B(y, z))$.
2. A(x) = "x – торговец подержанными автомобилями"; B(x) = "x – нечестный человек". Записать словами: C = $\forall x (A(x) \supset B(x))$; D = $\exists x (B(x) \& A(x))$.
3. Не всякое действительное число является рациональным.
4. $\forall x (A(x) \supset \exists y (\neg B(y)))$

Вариант № 2

1. $\forall x (\exists y (\neg A(x, y) \supset C(z) \& B(y, z)))$.
2. A(x) = "x – торговец наркотиками"; B(x) = "x – наркоман". Записать словами: C = $\forall x (A(x) \supset B(x))$; D = $\exists x (A(x) \& B(x))$.
3. Каждый студент выполнил хотя бы одну лабораторную работу.
4. $\forall x (\neg A(x) \supset \exists y (\neg C(y)))$

Вариант № 3

1. $\forall x (\exists y (\neg A(x) \supset B(y, z)))$.
2. A(x) = "x – рациональное число"; B(x) = "x – действительное число". Записать словами: C = $\exists x (B(x) \& A(x))$; D = $\forall x (A(x) \supset B(x))$.
3. Ни одно четное число, большее 2, не является простым.
4. $\forall x (\exists y (\neg A(x) \supset B(y, z)))$.

Вариант № 4

1. $\forall x (\exists y (\neg A(x) \& B(y)) \supset C(y, z))$.
2. A(x) = "x – политик"; B(x) = "x – мошенник". C = $\neg (\forall x (A(x) \supset B(x)))$; D = $\exists x (A(x) \& \neg B(x))$.
3. Выгул собак или кошек запрещен.
4. $\forall x (A(x) \supset \exists y B(y))$

Вариант № 5

1. $\forall x (\exists y (\neg A(x, y) \& B(y, z)))$.
2. A(x) = "x – рыба"; B(x) = "x – водное животное". C = $\exists x (B(x) \& A(x))$; D = $\forall x (A(x) \supset B(x))$.
3. Произведение любых двух простых чисел не является простым числом.

					Лист 24
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	2

ПР – КС() – 9 –

$$4. \forall x(\neg A(x) \supset \exists y(B(y)))$$

Вариант № 6

$$1. \forall x (\exists y(\neg A(x)) \& B(y)).$$

2. $A(x)$ = "x – четное число"; $B(x)$ = "x делится на 6". Записать словами: $C = \forall x(B(x) \supset A(x))$; $D = \neg(\exists x((\neg A(x)) \& B(x)))$.

3. Всякое положительное число больше всякого отрицательного числа.

$$4. \forall x(A(x) \supset \forall z(A(x) \& B(y) \supset C(z)))$$

Вариант № 7

$$1. \forall x (\exists y(\neg A(x)) \sim B(y, z)).$$

2. $A(x)$ = "x – металл"; $B(x)$ = "x – теплопроводен". Записать словами: $C = \exists x(B(x) \& A(x))$; $D = \forall x(A(x) \supset B(x))$.

3. Каждый, купивший билет, получит премию.

$$4. \forall x(A(x) \supset \forall y(C(y) \supset A(x)))$$

Вариант № 8

$$1. \forall x (\exists y(\neg A(x) \sim B(y, z))).$$

2. $A(x)$ = "x – простое число"; $B(x)$ = "x четное число". Записать словами: $C = \forall x(B(x) \supset A(x))$; $D = (\exists x((A(x)) \& B(x)))$.

3. Всякое положительное число больше всякого отрицательного числа.

$$4. \forall x(\neg A(x) \supset \exists y(\neg B(y)))$$

Вариант № 9

$$1. \forall x (\exists y(\neg A(x, y)) \sim B(y, z)).$$

2. $A(x)$ = "x – студент"; $B(x)$ = "x – сдал экзамены". Записать словами: $C = \exists x(B(x) \& A(x))$; $D = \forall x(A(x) \supset B(x))$.

3. Всякий равносторонний треугольник является равнобедренным.

$$4. \forall x(\neg A(x) \supset \exists yB(y)).$$

Вариант № 10

$$1. \forall x(\exists y(\neg A(x) \& B(y, z))).$$

2. $A(x)$ = "x - деятельность"; $B(x)$ = "x дает счастье". Записать словами: $C = \forall x(B(x) \supset A(x))$; $D = \neg(\exists x((\neg A(x)) \& B(x)))$.

3. Некоторые студенты сдали все зачеты.

$$4. \forall x (\exists y(\neg A(x, y) \supset B(y))).$$

Контрольная работа № 1

1 вариант

1. Докажите, что следующая формула является тавтологией:

$$((P \rightarrow Q) \vee R) \leftrightarrow (P \rightarrow (Q \vee R))$$

2. Выясните, справедливо ли следующее логическое следование:

$$(P \wedge Q) \rightarrow R, \neg Q \models \neg R$$

3. Построить СКНФ и СДНФ

$$((X \wedge \neg Y) \vee Z) \wedge (\neg X \vee Z)$$

4. Найти все следствия из следующей формулы:

$$(X \wedge Y) \Rightarrow \bar{Z}, Y \text{ и } Z$$

5. Менеджер банка должен установить 4 банкомата. В течение каждого дня работы должны выполняться следующие условия:

- 1) Если работает первый банкомат, то третий банкомат не должен работать, а второй и четвертый должны.
- 2) Если работает третий банкомат, то первый и четвертый не должны работать, а второй должен.
- 3) Должен работать по крайней мере один банкомат.

Необходимо определить наибольшее число дней, которое могут работать банкоматы при выполнении этих условий, так, чтобы их назначение ни в один из дней не повторялось, а также указать допустимое расписание на каждый день.

2 вариант

1. Докажите, что следующая формула является тавтологией:

$$((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)) \rightarrow (P \rightarrow R) \quad (0,5 \text{ б.})$$

2. Выясните, справедливо ли следующее логическое следование:

$$P, R \rightarrow \neg(P \vee Q) \models \neg R \quad (0,5 \text{ б.})$$

3. Построить СКНФ и СДНФ. (1 б.)

4. Найти все следствия из следующей формулы:

$$(X \wedge Y) \Rightarrow Z \text{ и } X \vee Y \quad (1 \text{ б.})$$

5. Перед последним туром футбольного чемпионата сложилась турнирная ситуация, позволяющая утверждать следующее. Если «Динамо» проиграет свой последний матч, а «Спартак» его выиграет, то «Спартак» станет чемпионом. Если же «Спартак» выиграет матч и станет чемпионом, то «Торпедо» займет второе место. В последнем туре первыми стали известны результаты встреч с участием «Динамо» и «Спартака»: «Динамо» проиграло, «Спартак» выиграл. Можно ли в этом случае, не дожидаясь результатов других встреч, утверждать, что «Спартак» стал чемпионом, а «Торпедо» заняло второе место? (1 б.)

4. Контрольно-измерительные материалы для итоговой аттестации по учебной дисциплине

Предметом оценки являются умения и знания. Контроль и оценка осуществляются с использованием следующих форм и методов: практические занятия, устный ответ у доски, тестирование, самостоятельная работа, контрольные работы.

Оценка освоения дисциплины предусматривает использование накопительной / рейтинговой системы оценивания и проведение дифференцированного зачета; в зависимости от рейтингового балла студент может быть освобожден от написания зачетной работы.

I. ПАСПОРТ

Назначение:

Предназначен для контроля и оценки результатов освоения учебной дисциплины «Элементы математической логики» по специальности 09.02.02 Компьютерные сети (*базовый уровень*) следующими умениями, знаниями, которые формируют профессиональную компетенцию, и общими компетенциями:

Умения

У1. Формулировать задачи логического характера и применять средства математической логики для их решения.

Знания

- 31. Основные принципы математической логики.
- 32. Формулы алгебры высказываний.
- 33. Методы минимизации алгебраических преобразований.
- 34. Основы языка и алгебры предикатов

II. ЗАДАНИЯ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ЗАЧЕТА

Время выполнения задания – 45 мин.

БИЛЕТ № 1

1. Понятие высказывания и логические операции над высказываниями.
2. Проблемы аксиоматического исчисления высказывания: разрешимость и непротиворечивость; проблема полноты и независимости.

БИЛЕТ № 2

1. Понятие формулы алгебры логики и равносильные формулы.
2. Понятие предикатов. Пример.

БИЛЕТ № 3

1. Основные равносильности алгебры логики.
2. Логические операции над предикатами.

БИЛЕТ № 4

1. Алгебра логики. Равносильности, выражающие одни операции через другие.
2. Кванторные операции.

БИЛЕТ № 5

1. Законы алгебры логики.
2. Понятие формулы логики предикатов.

БИЛЕТ № 6

1. Основные законы булевой алгебры логики.
2. Равносильные формулы логики предикатов.

БИЛЕТ № 7

1. Функции алгебры логики и их представление в виде формул.
2. Предваренная нормальная форма.

БИЛЕТ № 8

1. Законы двойственности для формул алгебры логики.
2. Общезначимость и выполнимость формул.

БИЛЕТ № 9

1. Совершенные нормальные формы: СДНФ и СКНФ.
2. Прямая, обратная и противоположная теоремы.

БИЛЕТ № 10

1. Проблемы разрешимости формул алгебры логики.
2. Области истинности предикатов.

БИЛЕТ № 11

1. Применение алгебры логики.
2. Эффективно-вычислимы функции.

БИЛЕТ № 12

1. Преобразование РКС с использованием алгебры логики.
2. Система аксиом исчисления высказываний.

БИЛЕТ № 13

1. Понятие формулы и подформулы исчисления высказываний. Пример.

2. Определение доказуемой формулы.

БИЛЕТ № 14

1. Аксиомы исчисления высказываний.
2. Понятие алгоритма и его характерные черты.

БИЛЕТ № 15

1. Правила вывода исчисления высказываний. Правила подстановки. Правила заключения.
2. Разрешимые и перечислимые множества.

БИЛЕТ № 16

1. Произвольные правила вывода.
2. Эффективно -вычислимая функция.

БИЛЕТ № 17

1. Понятие предиката.
2. Суперпозиция функций.

БИЛЕТ № 18

1. Понятие выводимости формул в исчислении высказываний.
2. Функции алгебры логики, закон двойственности для формул алгебры логики.

БИЛЕТ № 19.

1. Связь между алгеброй высказываний и исчислением высказываний.
2. Суперпозиция функций.

БИЛЕТ № 20

1. Алгоритмы распознавания общезначимости формул в частных случаях.
2. Уточнение понятия алгоритма.

БИЛЕТ № 21

1. Прямая, обратная и противоположная теоремы логики предикатов.
2. Понятие высказывания и логические операции над высказываниями.

БИЛЕТ № 22

1. Операция минимизации.
2. Понятие формулы алгебры логики и равносильные формулы.

III КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ

Оценка уровня подготовки		Имеющийся результат
Балл (отметка)	Вербальный аналог	
5	Отлично	Работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)
4	Хорошо	Работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допустима одна-две негрубые ошибки или два-три недочета
3	Удовлетворительно	Допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, схемах, но учащийся владеет обязательными умениями по учебной дисциплине
2	Неудовлетворительно	Допущены существенные ошибки, показавшие, что учащийся не владеет обязательными умениями по учебной дисциплине в полной мере; работа показала полное отсутствие у учащегося обязательных знаний и умений или практическая часть работы не выполнена.